

АНОМАЛЬНАЯ ВОЛНОВАЯ ДИНАМИКА ГАЗОЖИДКОСТНЫХ СМЕСЕЙ ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ И С УЧЕТОМ АНАЛОГА ЗАТУХАНИЯ ЛАНДАУ

Гасенко В.Г.

*Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН,
630090, Россия, Новосибирск, пр. Лаврентьева, 1*

Возможность существования ударных волн разрежения в неидеальных газах Ван-дер-Ваальса вблизи критической точки в изотермических условиях при $(\partial^2 V / \partial p^2)_T < 0$, была показана Я.Б. Зельдовичем [1]. В адиабатических условиях по его расчетам, воспроизведенными на рис.1 кривыми 1 и 3, эта область появляется при теплоемкости $c_v = 40$ кал/моль·град, что отвечает нереальному показателю адиабаты $\gamma = 1 + B/c_v = 1.049$ и, следовательно, в газах ударная волна разрежения наблюдаться не может. В данной работе рассмотрены нелинейные волны в газожидкостных смесях вблизи критической точки в приближении гомогенной модели на основе модельного уравнения КдВ для возмущения давления

$$p_t + c p_x + 3\alpha p_x^2 + 2\beta p_x^3 + p_{xxx} = 0 \quad (1)$$

с коэффициентами линейно связанными с производными уравнения состояния газа Ван-дер-Ваальса в пузырьках: $c^2 \sim \partial V / \partial p$, $\alpha \sim \partial^2 V / \partial p^2$, $\beta \sim \partial^3 V / \partial p^3$. Поскольку коэффициент α вблизи критической точки может обнуляться, учет кубического члена в (1) принципиален. Области аномальных значений коэффициентов (1) в изотермических условиях отделены на рис.1 кривыми 1, 2 и 5: $\alpha < 0$ (I, II), $\beta > 0$ (II, III). Солитонные решения КдВ (1) имеют вид

$$p = (V - c) / \left\{ \alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + \beta(V - c)} \operatorname{ch} \left[(x - Vt) \sqrt{V - c} \right] \right\} \quad (2)$$

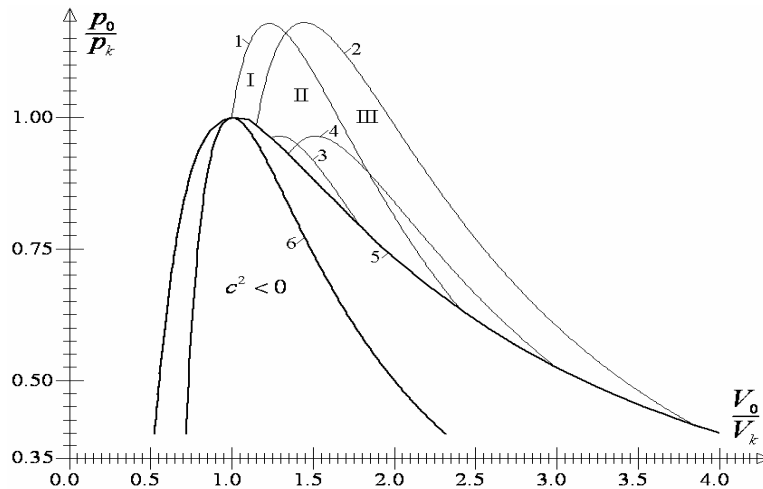


Рис. 1. Зоны аномальных волн: 1 – $\alpha_T = 0$, 2 – $\beta_T = 0$, 3 – $\alpha_S = 0$, 4 – $\beta_S = 0$, 5 – бинадаль, 6 – спинодаль.

В областях II, III существуют как отрицательные, так и положительные солитоны, в области I – только отрицательные аномальные солитоны. Пример численного решения (1) с распадом волны разрежения на последовательность аномальных парных солитонов и укороченной ударной волны разрежения, показан на рис.2. Численные решения (1) показали, что в областях II, III существуют и несимметричные бризеры, аналитические решения для которых пока не найдены.

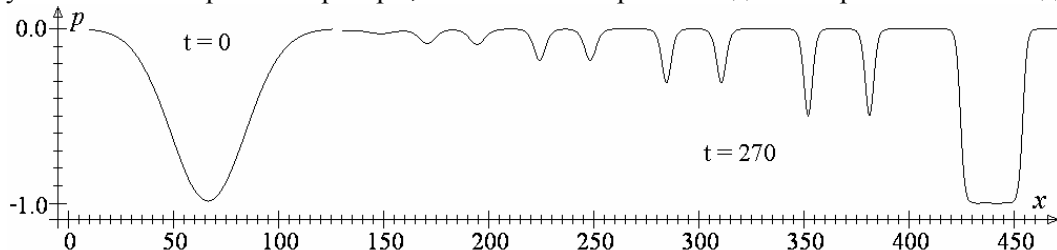


Рис. 2. Распад волны разрежения на последовательность аномальных солитонов в зоне I.

Принципиально, что в газожидкостных смесях в условиях интенсивного теплообмена показатель политропы γ оказывается близким к единице, при этом аномальная зона $\beta > 0$ оказывается существенно больше аномальной зоны $\alpha < 0$, как это показано кривыми 3,4 для случая $\gamma = 1.049$, следовательно, ударные волны и солитоны разрежения можно реально наблюдать.

Во второй части работы затухание нелинейных волн в газожидкостных смесях с N размерами пузырьков, имеющее аналогию с затуханием Ландау [2], рассмотрено в операторной форме полидисперсного уравнения КдВ, полученного по методике, предложенной в [3]

$$p_x = - \sum_{i=1}^N \alpha_i \frac{k_i^2 F(t, x)}{k_i^2 + D^2}, \quad D = \frac{\partial}{\partial x}, \quad F = \frac{1}{c_0} p_t + \frac{\gamma+1}{2\gamma} p p_x, \quad k_i = \frac{\sqrt{6\varphi_0}}{R_i}. \quad (3)$$

Уравнение (3) имеет эквивалентную интегральную форму при нулевых граничных условиях

$$p_x = - \sum_{i=1}^N \alpha_i k_i \int_0^x \sin(k_i x') F(x - x') dx'. \quad (4)$$

В случае непрерывного распределения пузырьков по размерам с нормальной функцией распределения $\alpha(k) \sim \exp[-(k - k_0)/\delta]^2$ (4) интегрируется по k и принимает вид

$$p_x = - \int_0^x e^{-\frac{x'^2 \delta^2}{4}} \left[k_0 \sin(k_0 x') + \frac{\delta^2 x'}{2} \cos(k_0 x') \right] F(x - x') dx' \quad (5)$$

В Фурье представлении $P(t, k) = \int p(t, x) \exp(-ikx) dx$ (5) принимает простой вид

$$P_t + ikVP + ikP^2 = 0, \quad P^2 = \frac{\gamma+1}{4\gamma} \int P(k - k') P(k') dk' = \frac{\gamma+1}{4\gamma} \int P^2 \exp(-ikx) dx$$

$$V^{-1}(k) = 1 - ik \frac{k_0 \sqrt{\pi}}{2\delta} \left[e^{-\frac{(k-k_0)^2}{\delta^2}} \operatorname{erfc} \frac{i(k-k_0)}{\delta^2} + e^{-\frac{(k+k_0)^2}{\delta^2}} \operatorname{erfc} \frac{i(k+k_0)}{\delta^2} \right] \approx 1 - iAk - Bk^2 - iCk^3 \quad (6)$$

Дисперсионные кривые фазовой скорости $\operatorname{Re} V(k)$ и $\operatorname{Im} V(k)$ показаны на рис.3. Анализ $V(k)$ и численных решений (6) показал, что $C \gg A$, затухание Ландау носит преимущественно высокочастотный характер и начинает проявляться только со значений волновых чисел $k_0 - 2\delta$, поэтому форма стационарных ударных волн всегда осциллирующая, а затухание солитонов прекращается, начиная с некоторой амплитуды, когда их спектр сужается до окна непрозрачности.

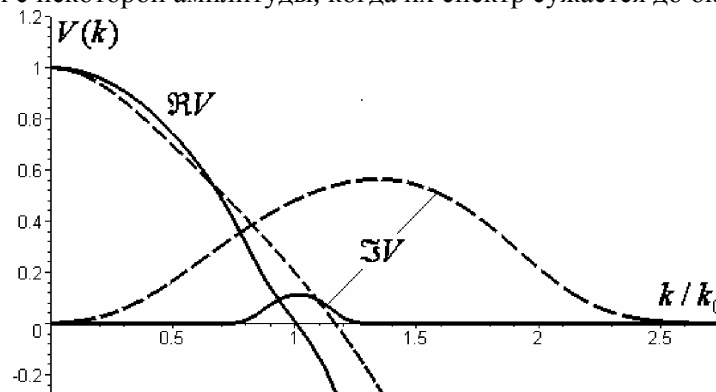


Рис. 3. Дисперсионные кривые уравнения (6) при $\delta/k_0 = 0.1$ (сплошные кривые) и $\delta/k_0 = 0.4$ (пунктир).

Работа поддержана грантами РФФИ 14-02-01009 и НШ-5657.2014.8.

Список литературы:

1. Зельдович Я.Б. О возможности ударных волн разрежения// ЖЭТФ. 1946. Т.16. Вып. 4. С. 363-364.
2. Рютов Д.Д. Аналог затухания Ландау в задаче о распространении звуковой волны в жидкости с пузырьками газа// Письма в ЖЭТФ. 1975. Т. 22, № 9. С.446-449.
3. Гасенко В.Г., Горелик Р.С., Накоряков В.Е., Тимкин Л.С. Предвестники в газожидкостных смесях// Письма в ЖЭТФ. 2013. Т. 92. №4. С. 221-227.